

Pflichtaufgaben:

25BE 1. Gegeben ist die Funktion f mit $y = f(x) = (2x^2 + 2x - 4) \cdot e^{-0,5x}$.

- (03) 1.1 Berechnen Sie die Schnittpunkte des Graphen mit den Koordinatenachsen!
- (02) 1.2 Untersuchen Sie die Funktion f im Unendlichen!
- (12) 1.3 Berechnen Sie Extrem- und Wendepunkte - einschließlich Nachweise -!
- (03) 1.4 Fertigen Sie eine Skizze des Graphen der Funktion im Intervall $[-2; 10]$ an!
- (05) 1.5 Zeigen Sie, dass $F(x) = (-4x^2 - 20x - 32) \cdot e^{-0,5x}$ eine Stammfunktion von $f(x)$ ist!
Berechnen Sie die Fläche, die unterhalb der x -Achse vollständig vom Graph $f(x)$ und der x -Achse eingeschlossen wird!

10BE 2. Aus der Physik ist bekannt

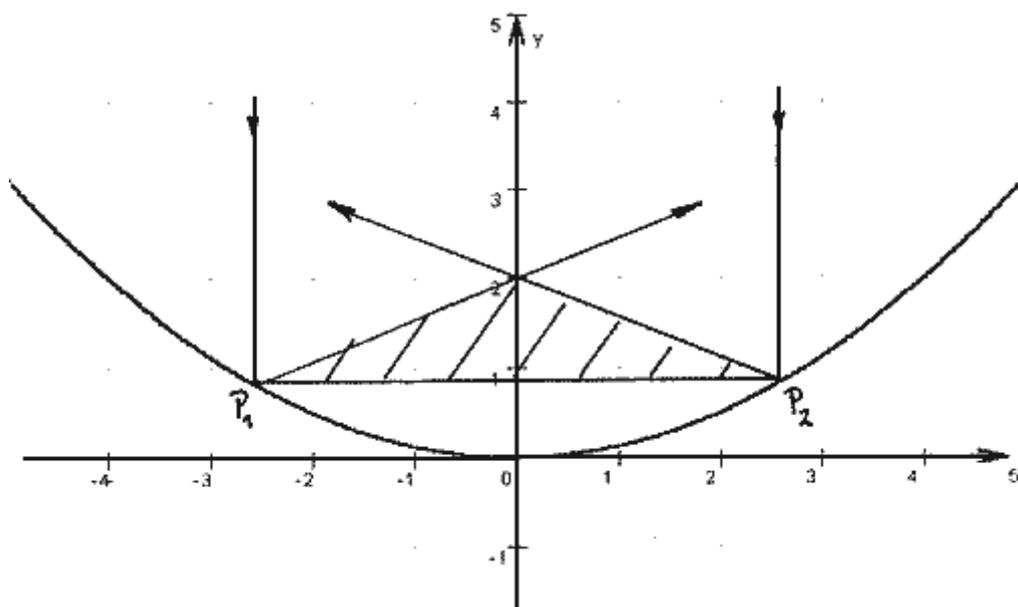
Treffen parallele Lichtstrahlen auf die Innenfläche eines Parabolspiegels, so werden sie zum Brennpunkt hin reflektiert.

Die Abbildung stellt den Querschnitt eines Parabolspiegels dar, der durch die Gleichung

$$Y = p(x) = 0,125x^2 \quad \text{mit dem Brennpunkt } F(0; 2)$$

beschrieben wird.

(Die Parabelpunkte P_1 und P_2 liegen symmetrisch zur y -Achse.)



Überlegungen einer technischen Realisierung verlangen, dass die in der Abbildung schraffierte Fläche maximal wird.

Berechnen Sie für diesen Fall die Koordinaten der Punkte P_1 und P_2 !

-Technik-

Wahlaufgaben

Von diesen Aufgaben ist eine auszuwählen und zu lösen. Bei Bearbeitung beider Aufgaben wird die Lösung gewertet, für die die höhere Punktzahl erreicht wurde.

15BE 3. Es sind die Punkte $A(3;2;3)$, $B(1;5;1)$, $C(4;9;4)$ und $D(6;6;8)$ gegeben.

(01) 3.1 Geben Sie die Vektoren \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} und \overrightarrow{AD}_k an!

(02) 3.2 Zeigen Sie, dass \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} und \overrightarrow{AD}_k nicht komplanar sind!

(05) 3.3 Wie müsste k gewählt werden, damit \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} und $\overrightarrow{AD}_k = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ k \end{pmatrix}$ komplanar sind?

Welche Koordinaten hat dann D_k ?

(02) 3.4 Zeigen Sie, dass \overrightarrow{DD}_k nicht orthogonal zu \overrightarrow{AD}_k ist!

(05) 3.5 Berechnen Sie den Inhalt der Dreiecksfläche ABC !

15BE 4. Gegeben sind die Matrizen: $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$.

Lösen Sie die folgende Matrixgleichung

$$2A^{-1}X + 3B^T = 4X + 2C$$

-Technik-

Lösungshinweise

1.1 $P_{x1}(-2; 0)$ $P_{x2}(1; 0)$ $P_y(0; -4)$

1.2 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

1.3 $P_{\text{Max}}(4; 4,9)$ $P_{\text{Min}}(-1; -6,6)$ $P_{W1}(0,3; -2,8)$ $P_{W2}(6,7; 3,5)$

1.5 $A = 12,22 \text{ FE}$

2.1 $P_1\left(-\sqrt{\frac{16}{3}}; \frac{2}{3}\right)$ $P_2\left(+\sqrt{\frac{16}{3}}; \frac{2}{3}\right)$

3.1 $\vec{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\vec{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{AD} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

3.3 $k=3$ $D_k(6; 6; 6)$

3.4 $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -12 \end{pmatrix} = -6 \neq 0$

3.5 $A_{\Delta ABC} \approx 12 \text{ FE}$

4 $X = -\frac{1}{60} \begin{pmatrix} 64 & -206 \\ 46 & -134 \end{pmatrix}$