Schriftliche Abschlussprüfung 1997 **-Fachoberschule-**
Fach: M a t h e m a t i k http://www.kay79.de
-Technik-

Pflichtaufgaben:

1 Gegeben sei die Funktion *f* mit $y = f(x) = \frac{6}{3x-2}$.

1.1 Für welchen x – Wert ist die Funktion *f* nicht definiert?
Welche Art der Unstetigkeit (Unterbrechung) liegt vor?

1.2 Zeichnen Sie die Funktion *f* im Intervall [0,9; 5] !

1.3 Berechnen Sie, ab welcher reellen Zahl x des Intervalls [0,9; 5] alle Funktionswerte kleiner als 1 sind!

1.4 Weisen Sie nach, dass die Funktion *f* keine lokalen Extrema besitzt!

1.5 Die Tangente im Punkt $P_0(x_0; y_0)$ mit $x_0 \in [0,9; 5]$ an den Graph der Funktion *f* hat den Anstieg $m = \frac{-9}{8}$.
Berechnen Sie die Koordinaten von P_0 und stellen Sie eine Gleichung für diese Tangente auf!

1.6 Berechnen Sie den Inhalt der Fläche zwischen der Kurve von *f* und der x – Achse im Intervall [1; 4]!

2 Ermitteln Sie die Koordinaten des Endpunktes des Vektors, der im Punkt $P_1(-2; 3; 5)$ angreift, in Richtung auf $P_2(6; -1; 2)$ zeigt und die Länge $s = 31{,}5$ besitzt!

Schriftliche Abschlussprüfung 1997 **-Fachoberschule-**
Fach: M a t h e m a t i k http://www.kay79.de
-Technik-

Wahlaufgaben: Von diesen Aufgaben muß nur eine gelöst werden.

3 Gegeben ist die Funktion *f* mit $y = f(x) = (x-3) \cdot e^{0,5x}$.

3.1 Berechnen Sie die Schnittpunkte des Graphen von *f* mit den Koordinatenachsen und untersuchen Sie das Verhalten der Funktion *f* für $x \to \pm\infty$!

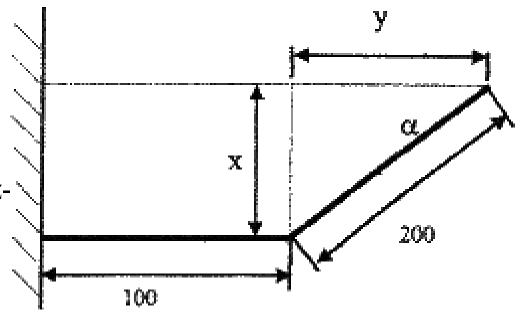
3.2 Bestimmen Sie Extrem- und Wendepunkte! (einschließlich Nachweise)

3.3 Zeichnen Sie den Graph der Funktion *f* im Intervall [-2; 4]!

3.4 Weisen Sie nach, dass die Funktion *F* mit $y = F(x) = (2x-10) \cdot e^{0,5x}$ eine Stammfunktion der gegebenen Funktion *f* ist!

3.5 Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von den Koordinatenachsen und der Kurve der gegebenen Funktion *f* vollständig eingeschlossen wird!

4 Eine Blechtafel von 300mm Breite wird bei 100mm so abgewinkelt, dass sie an einer Wand als Rinne mit möglichst großem trapezförmigen Querschnitt angebracht werden kann. (siehe Skizze, nicht maßstäblich!)



4.1 Stellen Sie die Strecken x und y in Abhängigkeit des Winkels α dar!

4.2 Geben Sie eine Formel zur Berechnung der trapezförmigen Querschnittsfläche in Abhängigkeit des Winkels α dar!

4.3 Ermitteln Sie den Winkel α so, dass die Querschnittsfläche maximal wird! (Auf den Nachweis des Extremums wird verzichtet!)

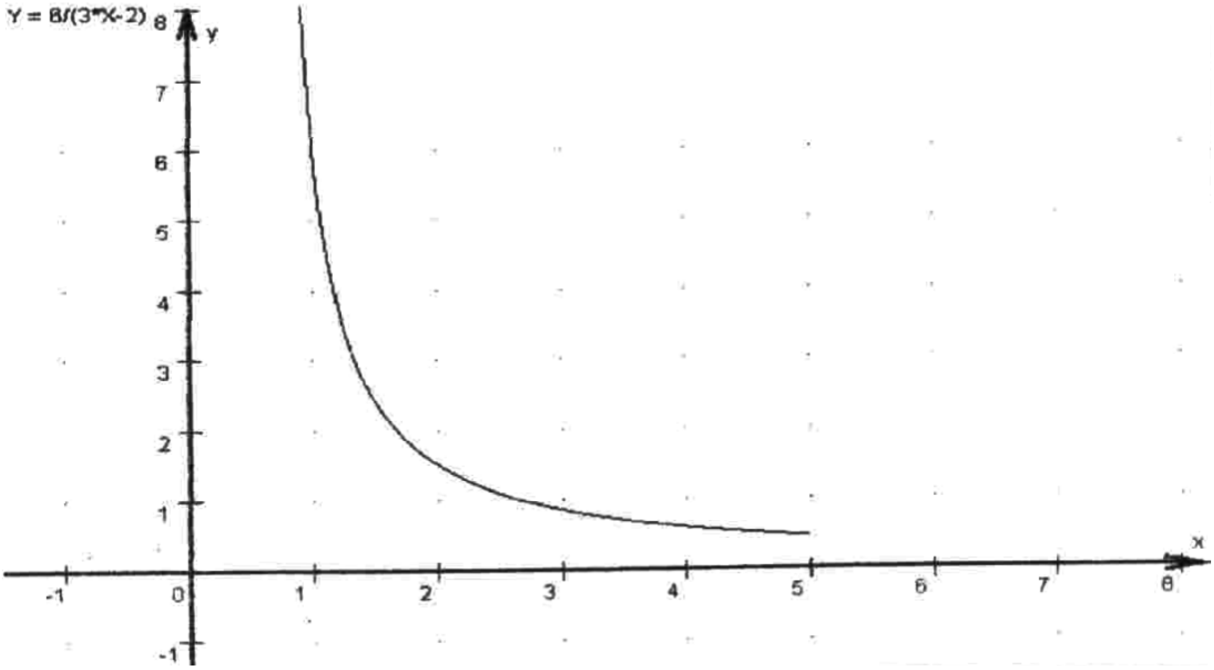
<u>Lösungshinweise:</u>

1 $y = f(x) = \dfrac{6}{3x-2}$

1.1 $x \in R \left\{ \dfrac{2}{3} \right\}$

$v(\text{x}) = 0$ → $x = x_P = \dfrac{2}{3}$ Polstelle, weil $u(\text{x}) = 6 \neq 0$

1.2 **<u>Graph:</u>**



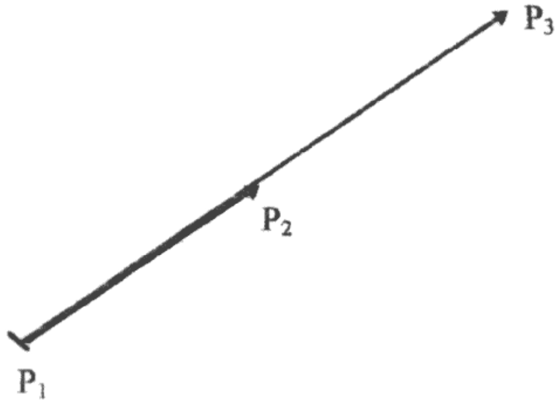
1.3 $f(x) = \dfrac{6}{3x-2} < 1 \quad \Rightarrow \quad x > \dfrac{8}{3}$ d.h. für alle $x > \dfrac{8}{3}$ ist $f(x) < 1$

1.4 $f'(x) = \dfrac{-18}{(3x-2)^2} \neq 0$ für alle $x \in D \quad \Rightarrow$ es existieren keine lokalen Extrema

1.5 $f'(x) = \dfrac{-18}{(3x-2)^2} = -\dfrac{9}{8} \quad \Rightarrow \quad x_{01} = 2 \wedge x_{02} = -\dfrac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad P_0\left(2; \dfrac{3}{2}\right)$

1.6 $A = \int_1^4 \dfrac{6}{3x-2} dx = 2\ln 10 FE$

2



$$\overrightarrow{P_1P_3} = t \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{P_1P_3}\right| = \sqrt{64t^2 + 16t^2 + 9t^2} \qquad \Rightarrow$$

$$t_1 = \frac{31{,}5}{-\sqrt{89}} \text{ entfällt, weil t > 0} \qquad t_2 = \frac{31{,}5}{\sqrt{89}} \approx 3{,}34$$

$$\overrightarrow{P_{!}p_{§}} = \begin{pmatrix} 26{,}72 \\ -13{,}36 \\ -10{,}02 \end{pmatrix} \qquad \Rightarrow \qquad P_3(24,72,-10{,}36;-5{,}02)$$

3 $y = f(x) = (x-3)\cdot e^{\frac{1}{2}x}$

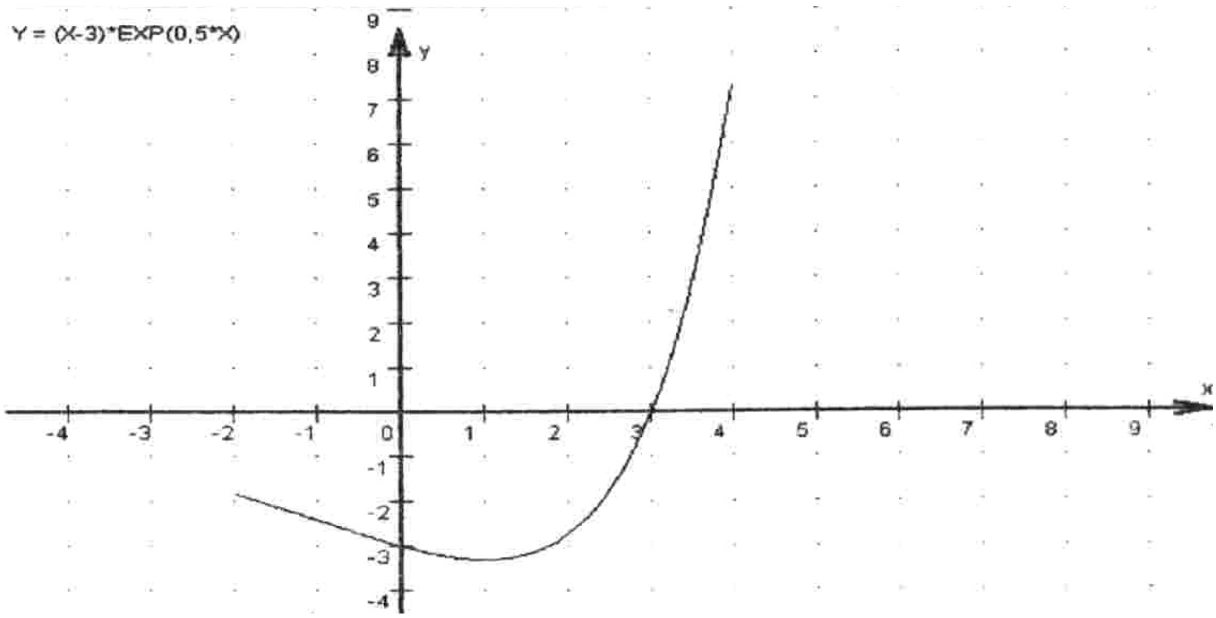
3.1 $P_x(3;\,0)$ $P_y(0;\,-3)$

$\lim\limits_{x\to\infty}(x-3)\cdot e^{\frac{1}{2}x} = \infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty}(x-3)\cdot e^{\frac{1}{2}x} = 0$

3.2 $f'(x) = \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right)\cdot e^{\frac{1}{2}x}$ $f''(x) = \left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}\right)\cdot e^{\frac{1}{2}x}$ $f'''(x) = \left(\frac{1}{8}x + \frac{3}{8}\right)\cdot e^{\frac{1}{2}x}$

$P_{Min}\left(1;-2\sqrt{e}\right)$ $P_W\left(-1;-\frac{4}{\sqrt{e}}\right)$

3.3 **Graph:**



3.4 $F'(x) = \left[(2x-10)\cdot e^{\frac{1}{2}x}\right]' = (x-3)\cdot e^{\frac{1}{2}x} = f(x)$

3.5 $A = \left|\,[F(X)]_0^3\,\right| = \left|\left[(2x-10)\cdot e^{\frac{1}{2}x}\right]\right|_0^3 = 7{,}93FE$

4.1 **Zahlenwerte in dm !**

$$\sin\alpha = \frac{x}{2} \quad \Rightarrow \quad x = 2\sin\alpha \quad ; \quad \cos\alpha = \frac{y}{2} \quad \Rightarrow \quad y = 2\cos\alpha$$

4.2 $A = A_R + A_D = 1 \cdot x + \frac{1}{2}xy$

$A(\alpha) = 2\sin\alpha + \sin 2\alpha \qquad 0° < \alpha < 90°$

4.3 $A'(\alpha) = 2\cos\alpha + 2\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha + \cos\alpha - 1$

$0 = 2\cos^2\alpha + \cos\alpha - 1 = \cos^2\alpha + \frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{1}{2} \qquad z = \cos\alpha$

$0 = z^2 + \frac{1}{2}z - \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad z_1 = -1 \notin D \quad ; \quad z_2 = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 60°$